

L'irraggiamento - Il corpo nero

Lo scambio termico per irraggiamento è reso possibile dalle onde elettromagnetiche, caratterizzate da lunghezza d'onda λ e frequenza f .
Le due grandezze sono legate da una costante c , la velocità della luce:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

L'energia della radiazione elettromagnetica è data da:

$$e = hf = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

Con $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J}$, costante di Planck.

Al variare della lunghezza d'onda si distinguono vari tipi di onde elettromagnetiche. Un tipo è quello della radiazione termica, che comprende la radiazione visibile, l'infrarosso e un po' di ultravioletto. Questo è allora il campo di nostro interesse.

Tutti i corpi emettono energia termica per irraggiamento. Esistono superfici bianche che la riflettono interamente e superfici nere che la assorbono completamente. Stiamo parlando di superfici, non di corpi, di cui parleremo ora.

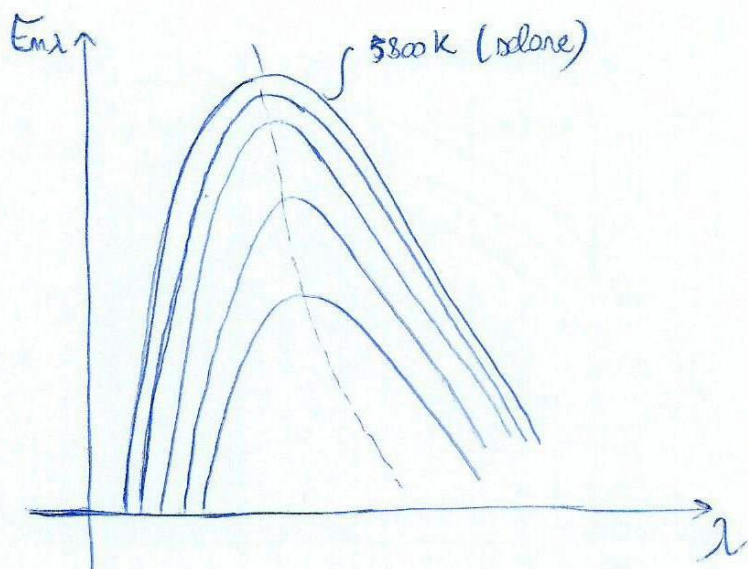
Definiamo il corpo nero. È un corpo caratterizzato da una superficie che a una certa T e per una certa λ emette ed assorbe il massimo della radiazione termica. È diverso dalla superficie nera: il corpo riflette e assorbe, la superficie assorbe e basta. Non si può dunque giudicare se un corpo è nero sulla base della sola osservazione visiva. La superficie del corpo nero è detta nera, ma con eccezione diversa da quella che abbiamo definito prima. Nella realtà i corpi hanno un comportamento solo prossimo a quello del corpo nero. L'esistenza del corpo nero è un corollario del 1° Principio.

Il potere emissivo totale del corpo nero è dato dalla legge di Stefan-Boltzmann, $E_m = \sigma T^4 \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$, con $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$ costante di Stefan-Boltzmann. Tuttavia spesso è più utile usare il potere emissivo monocromatico, cioè la potenza radiante emessa dal corpo nero alla temperatura assoluta T per unità di area superficiale e per unità di lunghezza d'onda nell'intervallo della lunghezza d'onda λ .

In altre parole è l'energia radiante emessa da un corpo nero per unità di superficie e per unità di tempo nell'intervallo di lunghezze d'onda contenuto tra λ e $\lambda + d\lambda$. Si indica con $E_{m\lambda}$ e si calcola con l'equazione di Planck:

$$E_{m\lambda}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right)} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}} \right]$$

Graficamente:



- A 5800 K si ha lo spettro solare con massimo per $\lambda_{max} = 0,48 \mu m$ nello spettro del visibile (colore verde). L'occhio umano è ottimizzato per le lunghezze d'onda prossime a tale valore.

L'equazione di Wien ci dà la lunghezza d'onda alla quale si verifica il picco della curva per una certa temperatura:

$$\lambda_{max} \cdot T = 2898 \mu m \cdot K$$

- Usando tale equazione si nota che i corpi emettono luce visibile (all'occhio umano) solo per temperature molto elevate. A 298 K si ha solo emissione nel campo dell'infrarosso. Quindi come è possibile vedere gli oggetti di un certo colore se alla temperatura ambiente essi non emettono luce visibile? Grazie all'assorbimento e alla riflessione! Le foglie appaiono verdi perché assorbono tutta la luce e riflettono quella verde.

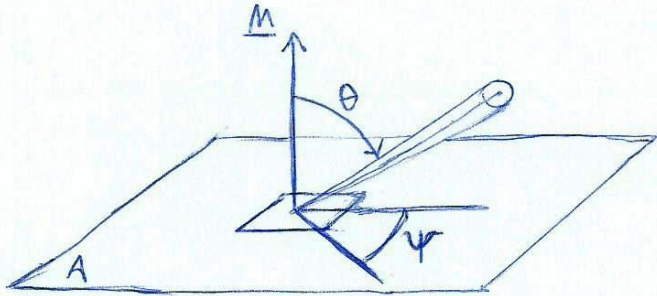
Il potere emissivo totale del corpo nero è dato dall'integrale del potere emissivo monocromatico di corpo nero E_{λ} :

$$E_m(T) = \int_0^{\infty} E_{\lambda}(\lambda, T) d\lambda \Rightarrow \sigma_m(T) = \frac{q}{A} = \sigma T^4$$

Nella legge di Planck $C_1 = 2\pi^5 h c^2 / 15 = 3,742 \cdot 10^8 \frac{W}{m^2}$ e $C_2 = \frac{h \cdot c}{k} = 1,439 \cdot 10^5 \mu m \cdot K$. Inoltre $k = 1,3805 \cdot 10^{-23} J/K$, costante di Boltzmann.

Grandezze fisiche dell'inaggiamento e coefficienti ϵ , α , ρ e τ

Introduciamo l'intensità di radiazione I . Tutte le superfici a T maggiore di 0K emettono radiazione con una certa intensità:



$$I = \frac{dq}{dA \, d\omega \, \cos\theta}$$

$$I = I(\theta, \psi) = I(\theta)$$

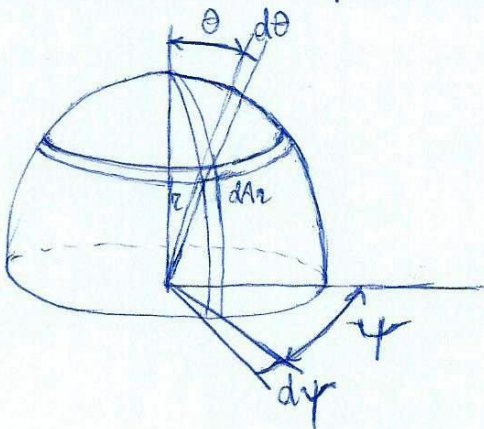
Per superfici nere:

$$I = \cos\theta = I_m$$

Sempre per le superfici nere vale l'equazione di Lambert (superfici perfettamente diffuse):

$$dq = I_m \cdot \cos\theta \cdot dA \cdot d\omega$$

Passiamo a una cupola emisferica:



$$d\omega = \frac{dA_r}{r^2} = \frac{r \, d\theta \cdot r \, \sin\theta \, d\psi}{r^2}$$

$$= \sin\theta \, d\theta \, d\psi$$

$$\Rightarrow E_m = \frac{q}{A} = I_m \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta \, d\theta$$

$$= \pi I_m$$

$$\Rightarrow E_m = \pi I_m \Rightarrow I_m = \frac{E_m}{\pi}$$

La superficie nera è il riferimento per quelle reali (gas, in parte, idare). Introduciamo allora l'emissività monocromatica, cioè il rapporto tra la radiazione emessa dalla superficie e la radiazione emessa dal corpo nero alla stessa temperatura:

$$\epsilon_\lambda(T) = \frac{E_\lambda(T)}{E_{m\lambda}(T)}$$

Per la sua stessa definizione $0 \leq \epsilon_\lambda \leq 1$. Si può anche definire quella totale, $\epsilon(T) = \frac{E(T)}{E_m(T)}$. Per corpo nero $\epsilon_\lambda = 1$ e $\epsilon = 1$.

Si può anche definire la quota parte di energia radiante incidente assorbita rispetto a quella assorbita dal corpo nero, cioè l'assorbività (monocromatica):

$$\alpha_\lambda = \frac{\text{rad. assorb.}}{\text{rad. incid.}} = \frac{G_{\text{ass}}}{G_{\text{inc}}}$$

Il corpo nero assorbe tutta l'energia incidente, quindi anche in questo caso $0 \leq \alpha_\lambda \leq 1$. L'assorbività totale è $\alpha = \frac{G_{\text{ass}}}{G}$. Per corpo nero $\alpha_\lambda = 1$ e $\alpha = 1$.

Si ha poi il coefficiente di riflessione monochromatica:

$$\rho_1 = \frac{q_{12}}{q_{11}}$$

Infine c'è pure il coefficiente di trasmissione monochromatica:

$$\tau_2 = \frac{q_{21}}{q_{11}}$$

Per corpo nero si ha $\epsilon_1 = 1$ e $\alpha_1 = 1$. Per corpo grigio una parte dell'energia viene riflessa, un'altra assorbita e un'altra ancora trasmessa. Ovviamente $0 \leq \rho_1 \leq 1$ e $0 \leq \tau_2 \leq 1$, essendo tutti tali coefficienti rapportati tra un valore variabile tra zero e un massimo e il massimo stesso (della superficie nera).

Soltanto, mentre ϵ si riferisce alla radiazione emessa dal corpo per il suo "contenuto" termico, α , ρ e τ si riferiscono alla radiazione proveniente dall'esterno che colpisce un corpo.

Ciò giustifica il fatto che si abbia per corpo nero $\epsilon_1 = \alpha_1 = 1$ e che per corpo grigio (cioè per $0 \leq \epsilon_1 < 1$ e $0 < \alpha_1 < 1$) la validità di tale equazione persista: $\epsilon_1 = \alpha_1$. Ciò per la legge di Kirchhoff. Diamo una dimostrazione plausibile considerando una camera che si comporta come superficie nera e nella quale inseriamo tre corpi, due grigi e uno nero. Si ha:



$$\epsilon_{11} = \epsilon_{11} \epsilon_{m11}$$

$$\epsilon_{12} = \epsilon_{12} \epsilon_{m12}$$

$$\epsilon_{13} = \epsilon_{13} \cdot \epsilon_{m13} = 1 \cdot \epsilon_{m13} = \epsilon_{m13}$$

Per il corpo nero la radiazione emessa uguaglia l'irradiazione cui è soggetto

Invece per i corpi grigi:

$$\epsilon_{m1} \cdot \alpha_{11} = \epsilon_{11}$$

$$\epsilon_{m2} \cdot \alpha_{12} = \epsilon_{12}$$

Si ottengono allora:

$$\epsilon_{11} \cdot \epsilon_{m11} = \alpha_{11} \cdot \epsilon_{m11}$$

$$\Rightarrow \epsilon_{11} = \alpha_{11}$$

$$(\text{analogamente } \epsilon_{12} = \alpha_{12})$$

per corpo grigio

$$\epsilon_{13} = \epsilon_{m13}$$

$$\epsilon_{13} = \alpha_{13} = 1$$

per corpo nero

Infatti i corpi sono in equilibrio con la camera, cioè la potenza termica scambiata deve essere nulla (radiazione emessa uguale a quella assorbita). Ciò per una certa λ .

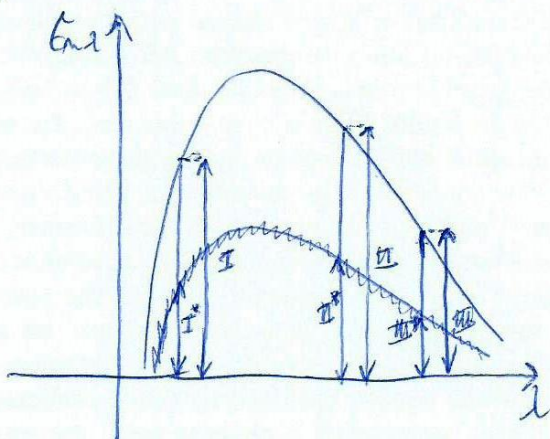
Otteniamo:

$$\begin{aligned} - \quad \varepsilon(T) &= \frac{\int_0^\infty \varepsilon_1(\lambda, T) \cdot E_{m1}(\lambda, T) d\lambda}{\int_0^\infty E_{m1}(\lambda, T) d\lambda} && \text{emissivita' totale} \\ - \quad \alpha(T^*) &= \frac{\int_0^\infty \alpha(\lambda^*, T^*) \cdot G_2(\lambda^*, T^*) d\lambda}{\int_0^\infty G_2(\lambda^*, T^*) d\lambda} && \text{assorbimento totale} \end{aligned}$$

Memoria $\varepsilon_2 = \alpha_1$ nel caso monodimensionale, non e' vero, in generale, che $\varepsilon(T) = \alpha(T)$. Per poter dire cio' devono valere le due condizioni seguenti:

- $\varepsilon_1 = \text{cost} = \varepsilon_1(T)$, cioe' si abbia corpo grigio. E' un corpo la cui superficie, per ogni lunghezza d'onda, emette una frazione costante di energia radiante emessa dal corpo nero.

Graficamente:

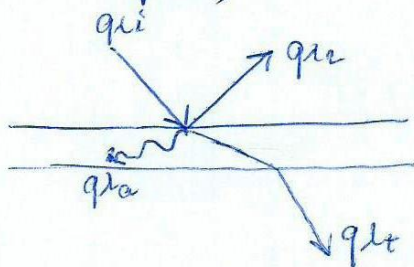


$$\frac{I}{I^*} = \frac{II}{II^*} = \frac{III}{III^*}$$

m: superficie reale a T_x

- $G_2(\lambda, T^*) = E_{m2}(\lambda, T^*)$: cioe' si abbia equilibrio termico. E' una condizione utile fisicamente, ma non operativa, anche poiche' non ci puo' essere scambio di calore.

Considerando la radiazione esterna che si divide in riflessa, assorbita e trasmessa (cioe' quella che oltrepassa il corpo se esso non e' opaco):



$$q_{\lambda i} = q_{\lambda r} + q_{\lambda a} + q_{\lambda t} \quad / \cdot \frac{1}{q_{\lambda i}}$$

$$1 = \frac{q_{\lambda r}}{q_{\lambda i}} + \frac{q_{\lambda a}}{q_{\lambda i}} + \frac{q_{\lambda t}}{q_{\lambda i}}$$

$$\Rightarrow 1 = \rho_1 + \alpha_1 + \tau_1$$

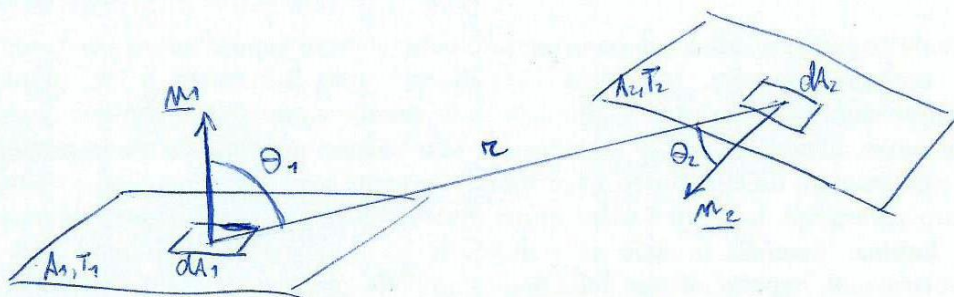
Si hanno allora $1 = \rho_1 + \alpha_1 + \tau_1 = \rho_1 + \varepsilon_1 + \tau_1$ che divergono, per corpo opaco ($\tau_1 = 0$):

$$\rho_1 + \alpha_1 = 1$$

$$\text{e} \quad \rho_1 + \varepsilon_1 = 1$$

I fattori di vista per il corpo nero

Vogliamo a questo punto studiare l'inaggiamento tra due superfici. A tale scopo introdurremo un parametro geometrico detto fattore di vista (valido per superfici nere):



Il fattore di vista $F_{1,2}$ della superficie 1 rispetto alla superficie 2 è la frazione di energia radiante che lascia la superficie 1 e incide la superficie 2. Viceversa per $F_{2,1}$

Vali il teorema di reciprocità:

$$A_1 F_{1,2} = A_2 F_{2,1}$$

Per superfici nere con $T_1 = T_2$:

$$q_{1 \rightarrow 2} = A_1 F_{1,2} \cdot E_{m1}$$

e

$$q_{2 \rightarrow 1} = A_2 F_{2,1} \cdot E_{m2}$$

$$\Rightarrow q_{1 \rightarrow 2} = A_1 F_{1,2} \cdot E_{m1} - A_2 F_{2,1} \cdot E_{m2} = (A_1 F_{1,2} - A_2 F_{2,1}) \cdot E_m = 0$$

Infatti, se $T_1 = T_2 \Rightarrow q_{1 \rightarrow 2} = 0$ e $E_{m1} = E_{m2} = E_m$. Sicuramente $E_m > 0$ ($E_m = 0$ se $T = 0K$). Allora lo zero è dato da:

$$A_1 F_{1,2} - A_2 F_{2,1} = 0 \Leftrightarrow A_1 F_{1,2} = A_2 F_{2,1}$$

Abbiamo dimostrato il teorema di reciprocità.

Proseguiamo con i dq:

$$dq_{1 \rightarrow 2} = E_{m1} \cdot \cos \theta_1 \cdot dA_1 \cdot d\omega_{12} \text{ con } d\omega_{12} = \frac{dA_2 \cdot \cos \theta_2}{r^2}, \quad I_{m1} = \frac{E_{m1}}{\pi}$$

$$\Rightarrow dq_{1 \rightarrow 2} = \frac{E_{m1}}{\pi r^2} \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 \cdot dA_1 \cdot dA_2$$

$$dq_{2 \rightarrow 1} = I_{m2} \cdot \cos \theta_2 \cdot dA_2 \cdot d\omega_{21} \text{ con } d\omega_{21} = \frac{dA_1 \cdot \cos \theta_1}{r^2}, \quad I_{m2} = \frac{E_{m2}}{\pi}$$

$$\Rightarrow dq_{2 \rightarrow 1} = \frac{E_{m2}}{\pi r^2} \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 \cdot dA_1 \cdot dA_2$$

Quindi:

$$dq_{1 \rightarrow 2} = \frac{E_{m1}}{\pi r^2} \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 \cdot dA_1 \cdot dA_2 - \frac{E_{m2}}{\pi r^2} \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 \cdot dA_1 \cdot dA_2$$

Integriamo:

$$q_{1 \rightarrow 2} = \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{E_{m1} - E_{m2}}{\pi r^2} \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 \cdot dA_1 \cdot dA_2 = (E_{m1} - E_{m2}) \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 \cdot dA_1 \cdot dA_2}{\pi r^2}$$

Ma avremo capito che $q_{1 \rightarrow 2} = A_1 F_{1,2} \cdot E_{m1} - A_2 F_{2,1} \cdot E_{m2} = A_1 F_{1,2} (E_{m1} - E_{m2})$ per reciprocità. Quindi $A_1 F_{1,2}$ ha lo stesso ruolo dell'integrale doppio:

$$A_1 F_{1,2} = A_2 F_{2,1} = \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 \cdot dA_1 \cdot dA_2}{\pi r^2}$$

Scambio termico radiativo tra superfici grigie

Consideriamo:

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1$$

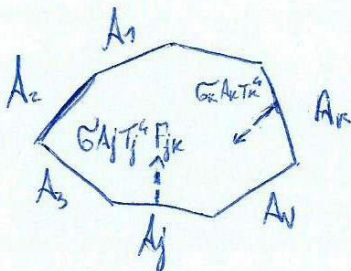
$$F_{ii} = 0$$

piatta e
convessa

$$F_{ii} > 0$$

concava

Esiste dunque anche il fattore di vista di una superficie verso se stessa!
Prendiamo una serie di superfici:



$$q_k = \sigma A_k T_k^4 - \sum_{j=1}^N \sigma A_j F_{jk} \cdot T_j^4$$

Per reciprocità:

$$\begin{aligned} q_k &= \sigma A_k T_k^4 - \sum_{j=1}^N \sigma A_k \cdot F_{kj} T_j^4 = \\ &= \sigma A_k T_k^4 \cdot \sum_{j=1}^N F_{kj} - \sum_{j=1}^N \sigma A_k F_{kj} T_j^4 = \\ &= \sigma A_k \sum_{j=1}^N (T_k^4 \cdot F_{kj} - T_j^4 F_{kj}) = \\ &= \sigma A_k \sum_{j=1}^N (T_k^4 - T_j^4) F_{kj} \end{aligned}$$

Dobbiamo calcolare un numero di fattori di vista per a:

$$N^2 - N = \frac{N(N-1)}{2} = \frac{2N^2 - 2N - N^2 + N}{2} = \frac{N(N-1)}{2}$$

Per superfici grigie e opache ($\rho_i = 1 - \epsilon_i$):

G_i è l'irradiazione, J_i la radianza:

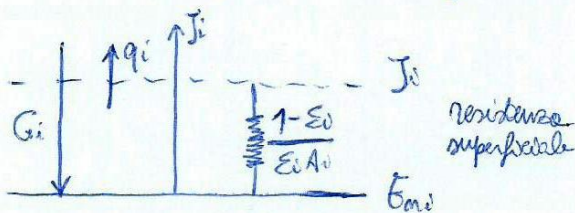
$$J_i = G_i \cdot \rho_i + \epsilon_i \cdot E_{mi}$$

$$\Rightarrow G_i = \frac{J_i - \epsilon_{mi} E_{vi}}{\rho_i} = \frac{J_i - \epsilon_{mi} E_{vi}}{1 - \epsilon_i}$$

Il flusso è dato dalla differenza tra radiazione totale (emessa + riflessa, radianza J_i e quella emessa ($\epsilon_i E_i$)).

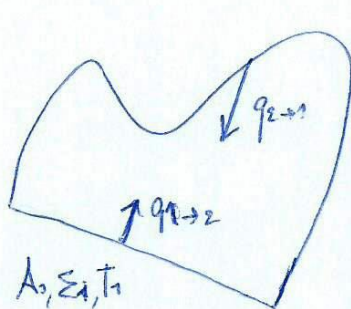
$$\begin{aligned} Q_i &= A_i (J_i - G_i) = A_i \left(J_i - \frac{J_i - \epsilon_{mi} E_{vi}}{1 - \epsilon_i} \right) = A_i \cdot \frac{J_i - J_i \epsilon_i - J_i + \epsilon_{mi} E_{vi}}{1 - \epsilon_i} = \\ &= \frac{A_i \epsilon_{vi} (E_{mi} - J_i)}{1 - \epsilon_i} = \frac{\epsilon_{mi} - J_i}{\frac{1 - \epsilon_i}{\epsilon_i A_i}} \end{aligned}$$

È come se ci fosse una differenza di potenziale:



È una analogia
elettrica!

Il caso più semplice è quello tra due superfici (camerat gaze):



A_2, T_2, ϵ_2

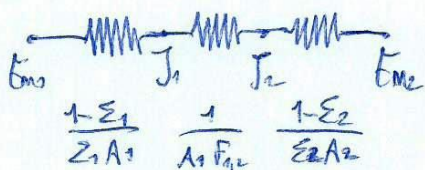
$$q_{1 \rightarrow 2} = A_1 \cdot F_{1,2} \cdot J_1$$

$$q_{2 \rightarrow 1} = A_2 \cdot F_{2,1} \cdot J_2$$

$$\Rightarrow q_{1 \rightarrow 2} = A_1 F_{1,2} J_1 - A_2 F_{2,1} J_2 = A_1 F_{1,2} (J_1 - J_2) \text{ per reciprocita'}$$

$$\Rightarrow q_{1 \rightarrow 2} = \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{A_1 F_{1,2}}}$$

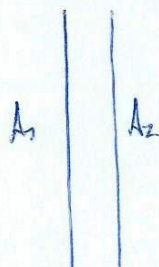
Con $\frac{1}{A_1 F_{1,2}}$ dato alla geometria. Recuperando l'analogia elettrica:



$$q_{1 \rightarrow 2} = \frac{Em_1 - Em_2}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{1,2}} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{1,2}} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}}$$

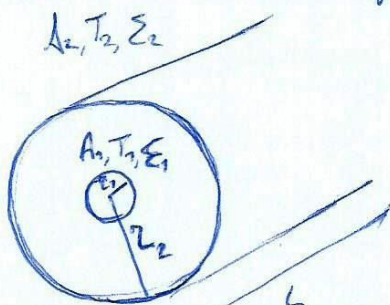
Casi particolari:

- piani paralleli indefiniti ($A_1 = A_2 = A$, $F_{1,2} = 1$):



$$q_{1,2} = \frac{A \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1} + 1 + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2}} = \frac{A \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$$

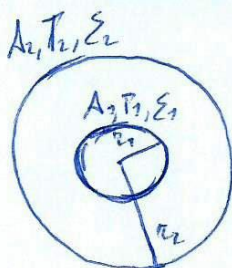
- cilindri concentrici indefiniti ($F_{1,2} = 1$):



$$A_1 = 2\pi r_1 L \quad A_2 = 2\pi r_2 L$$

$$q_{1,2} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1} + 1 + \frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2}} = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1} + 1 + \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2}} = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2} \cdot \frac{r_1}{r_2}}$$

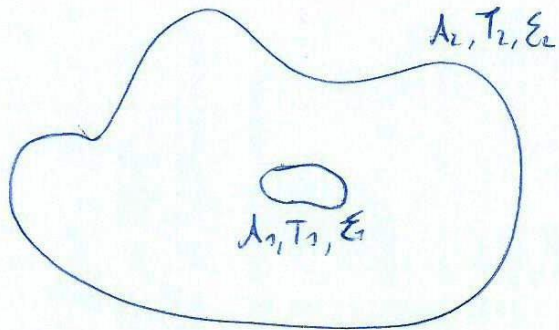
- sfere concentriche ($F_{1,2} = 1$):



$$A_1 = \pi r_1^2 \quad A_2 = \pi r_2^2$$

$$q_{1,2} = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1} + 1 + \frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2}} = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2}}$$

- corpo convesso di piccole dimensioni in una grande cavità ($F_{1,2}=1$):



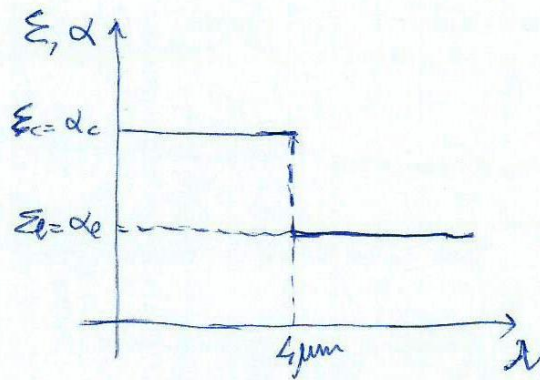
$$q_{12} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1} + 1 + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2} \frac{A_1}{A_2}} \approx \epsilon_1 A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

$$A_1 \ll A_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} \approx 0$$

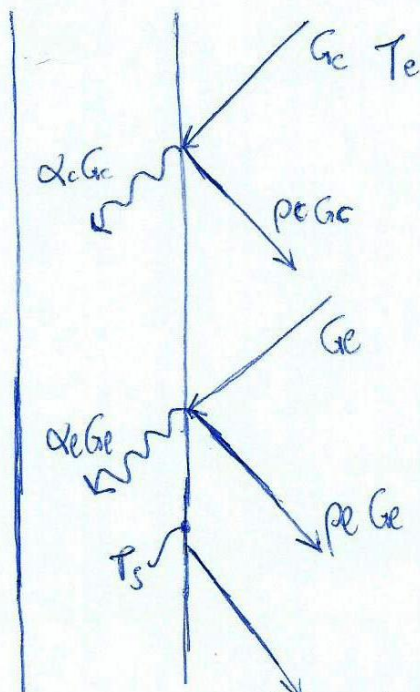
Pareti e irraggiamento

Concentriamoci ora sulle pareti soggette a irraggiamento. Permettiamoci che esistano due tipi di radiazioni:

- a bassa lunghezza d'onda: G_c , $\lambda < 4\mu\text{m}$;
 - ad elevata lunghezza d'onda: G_e , $4\mu\text{m} < \lambda < 100\mu\text{m}$
- Graficamente:



Consideriamo una parete e vediamo come esprimere il flusso termico per unità di superficie:



$$q'' = h_{\text{conv}}(T_s - T_e) + \alpha_e G T_s^4 - \alpha_c G_e - \alpha_c G_c$$

$$\Rightarrow q'' = h_c(T_s - T_e) + \alpha_e G T_s^4 - \alpha_e G T_e^4 + \alpha_e G T_e^4 - \alpha_c G_e - \alpha_c G_c =$$
$$= h_c(T_s - T_e) + \alpha_e G(T_s^4 - T_e^4) - \alpha_e(G_e - G T_e^4) - \alpha_c G_c$$

Ricordiamo che $h_{\text{elim}} = h_{\text{conv}} + h_{\text{irr}} = h_{\text{conv}} + \frac{\alpha_e G(T_s^4 - T_e^4)}{T_s - T_e} = h_{\text{conv}} + \alpha_e G(T_s + T_e)(T_s^2 + T_e^2)$

O allora:

$$q'' = h_c(T_s - T_e) + h_{\text{irr}}(T_s - T_e) - \alpha_e(G_e - G T_e^4) - \alpha_c G_c =$$
$$= h_{\text{elim}}(T_s - T_e) - \alpha_e(G_e - G T_e^4) - \alpha_c G_c$$

Introducendo la temperatura di area - o di T_{as} nella formula

che esprime il flusso per unità di area, $q'' = h_{\text{el}}(T_s - T_{\text{as}})$ e uguagliando all'espressione di q'' trovate otteniamo:

$$h_{\text{elim}}(T_s - T_{\text{as}}) = h_{\text{elim}}(T_s - T_e) - \alpha_e(G_e - G T_e^4) - \alpha_c G_c$$

$$\Rightarrow T_{\text{as}} = T_e + \frac{\alpha_e}{h_{\text{elim}}}(G_e - G T_e^4) + \frac{\alpha_c}{h_{\text{elim}}} G_c$$

Definendo $A = \frac{\alpha_c}{h_{\text{conv}}} (G_c - G T_e^4)$, $[\text{°C}]$, si ha:

- per superficie orizzontale:

$$A = -4\text{°C} \Rightarrow T_{a,s} = T_e - 4\text{°C} + \frac{\alpha_c}{h_{\text{conv}}} \cdot G_c$$

- per superficie verticale:

$$A = 0\text{°C} \Rightarrow T_{a,s} = T_e + \frac{\alpha_c}{h_{\text{conv}}} \cdot G_c$$

Valutiamo h_{conv} approssimando h_{conv} :

$$h_{\text{conv}} = \frac{\alpha_c G (T_s^4 - T_e^4)}{T_s - T_e} \approx 4 G \epsilon T_s^3$$

Valida se $(T_s - T_e)$ è piccola rispetto a $T_m = \frac{T_s + T_e}{2} \Rightarrow T_m \approx T_s$.

Esprimiamo h_{conv} come $h_{\text{conv}} = 18,6 \cdot W_1^{0,605}$ con:

- per superficie convessa:

$$W_1 = 0,25 W \quad \text{se } W > 2 \text{ m/s}$$

$$W_1 = 0,5 W \quad \text{se } W \leq 2 \text{ m/s}$$

- per superficie piana:

$$W_1 = 0,3 \pm 0,05 W$$

Con W velocità del vento.

Abbiamo così determinato h_{conv} attraverso i suoi due contributi h_{conv} e h_{rad} . Possiamo in alternativa dare direttamente il valore di h_{conv} in alcuni casi:

- per superfici verticali e orizzontali con flusso termico ascendente:

$$h_{\text{conv}} = 23,2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \quad \text{per } W \leq 4 \text{ m/s}$$

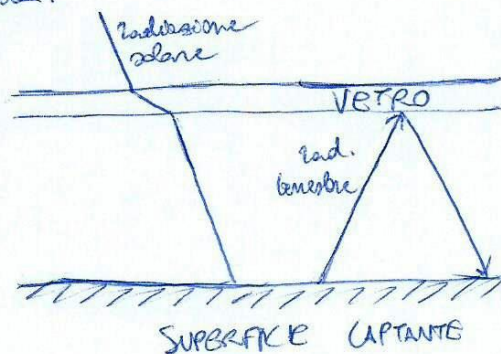
$$h_{\text{conv}} = (2,3 + 10,5 W^{1/4}) \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \quad \text{per } W > 4 \text{ m/s}$$

- per superfici orizzontali e flusso termico discendente:

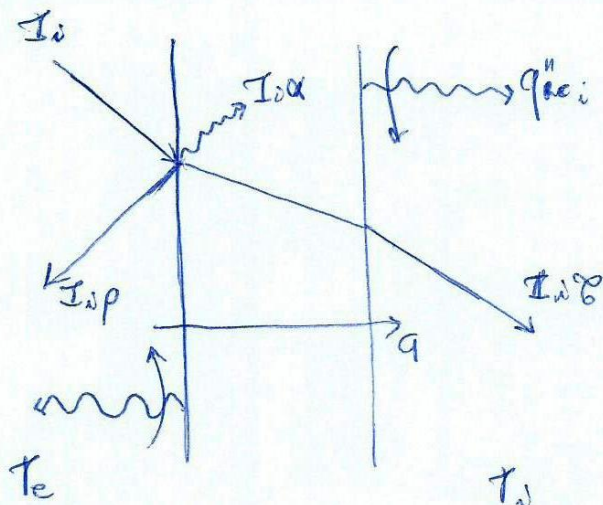
$$h_{\text{conv}} = 16,3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \quad \text{per } W \leq 4 \text{ m/s}$$

$$h_{\text{conv}} = 0,7 (2,3 + 10,5 W^{1/4}) \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \quad \text{per } W > 4 \text{ m/s}$$

Possiamo ora alle pareti trasparenti ($\beta_1 > 0$, $\beta_1 + \rho_1 + \alpha_1 = 1$) che genera l'effetto serra!



Concentriamoci su ciò che avviene nella parete:



$$q'' = I_i \bar{\epsilon} + q_{re,i}''$$

In cui:

$$q_{re,i}'' = \bar{K} (T_e - T_i) + N_0 \alpha I_i$$

Con $N_0 = \frac{\bar{K}}{h_e}$ e $\bar{K} = \left(\frac{1}{h_e} + \frac{1}{h_i} \right)^{-1}$

Quindi:

$$N_0 = \frac{\left(\frac{h_e + h_i}{h_e h_i} \right)^{-1}}{h_e} = \frac{h_i}{h_e + h_i}$$

Allora:

$$q'' = I_i \bar{\epsilon} + \bar{K} (T_e - T_i) + N_0 \alpha I_i = \bar{K} (T_e - T_i) + (N_0 \alpha + \bar{\epsilon}) I_i$$

Introducendo F , coefficiente di guadagno solare, $F = N_0 \alpha + \bar{\epsilon}$:

$$q'' = \bar{K} (T_e - T_i) + F I_i$$

Per il flusso dovuto al Sole. Consideriamo un vetro di riferimento con coefficiente di guadagno solare standard

$F_s = 0,87$ e:

$$\bar{\epsilon} = 0,86$$

$$\rho = 0,08$$

$$\alpha = 0,06$$

Tali valori sono validi se i raggi sono perpendicolari al vetro. Per le altre condizioni usiamo lo shading coeff. amb:

$$SC = F/F_s$$

$$\Rightarrow F = SC \cdot F_s$$

Per tanto, in generale:

$$\begin{aligned} q'' &= \bar{K} (T_e - T_i) + (N_0 \alpha + \bar{\epsilon}) I_i = \bar{K} (T_e - T_i) + F I_i = \\ &= \bar{K} (T_e - T_i) + SC F_s I_i \end{aligned}$$

Definiamo ancora $F_s I_i = FGS$, fattore di guadagno solare. Il suo valore è registrato in tabelle in base alla latitudine e a misurazioni fatte il vento di ogni mese.